

# Anregungen zu einer handlungsorientierten Schulung des räumlichen Vorstellungsvermögens

## Bedeutung der Raumvorstellung

Die Raumvorstellung gilt allgemein als wichtige Komponente der menschlichen Intelligenz und hat auch erheblichen Einfluss auf die schulischen Leistungen. Verschiedene jüngere Studien<sup>1</sup> belegen – insbesondere bei weiblichen Schülern – einen deutlichen Zusammenhang zwischen der mathematischen Leistung und der Fähigkeit zur räumlichen Orientierung. Darüber hinaus zeigen sich Korrelationen zwischen gut entwickelter Raumvorstellung und guten Leistungen in den Naturwissenschaften sowie im sprachlichen Bereich.

## Komponenten der Raumvorstellung

Die Raumvorstellung umfasst verschiedenartige Fähigkeiten. Besuden<sup>2</sup> unterscheidet drei Komponenten der Raumvorstellung:

### 1. Räumliche Orientierung

„Das ist die Fähigkeit, sich wirklich oder gedanklich im Raum zurechtzufinden.“ Besondere Schwierigkeiten bereiten dabei erfahrungsgemäß rechts-/links-Beziehungen.

### 2. Räumliches Vorstellungsvermögen

„Das ist die Fähigkeit, räumliche Objekte auch bei deren Abwesenheit reproduzieren zu können, sei es durch Sprache oder zeichnerische Wiedergabe“. Da die Vorstellung an das Gedächtnis gebunden ist und eine bewusste Wahrnehmung voraussetzt, kommt im Geometrieunterricht der Verwendung von Anschauungsmaterial, das möglichst von den Schülerinnen und Schülern selbst hergestellt wurde, besondere Bedeutung zu.

### 3. Räumliches Denken

„Das ist die Fähigkeit, mit räumlichen Vorstellungsinhalten beweglich umzugehen.“ Die Schülerinnen und Schüler sollen in die Lage versetzt werden, sich ein bestimmtes Raumgebilde von verschiedenen Standorten aus vorstellen und Drehungen bzw. Lageveränderungen gedanklich vollziehen zu können. Voraussetzung dafür ist,

1\_Maier, P. H.: **Räumliches Vorstellungsvermögen**. In „Der Mathematikunterricht“, Jahrgang 45, Heft 3/1999; Friedrich Verlag, Seelze  
2\_Besuden, H.: **Raumvorstellung und Geometrieverständnis**. In: Mathematische Unterrichtspraxis, Heft 3/1999; Kallmeyer Verlag, Seelze

dass entsprechende Handlungen an Gegenständen durchgeführt und verinnerlicht wurden.

## Rolle der Raumvorstellung im Mathematikunterricht

Im Bewusstsein von Lehrerinnen und Lehrern scheint die Bedeutung einer Schulung des räumlichen Vorstellungsvermögens nicht im erforderlichen Umfang verankert zu sein. Geometrische Inhalte werden von Mathematiklehrkräften für weniger wichtig gehalten als etwa die Algebra. Ihre Behandlung wird deshalb häufig an das Ende des Schuljahres geschoben. Von Geometriedidaktikern wurde die Vernachlässigung der Geometrie im Mathematikunterricht in der Vergangenheit öfter bemängelt. Auch die Befunde der TIMS-Studie weisen darauf hin, dass hier eine Schwachstelle des deutschen Mathematikunterrichts liegt.<sup>3</sup> Hinzu kommt die Tatsache, dass aufgrund curricularer Vorgaben der Schwerpunkt des Geometrieunterrichts zumeist auf der zweidimensionalen Figurenlehre liegt. Dies lässt den Schluss zu, „dass entgegen einer weit verbreiteten Ansicht Raumvorstellung eine relativ untergeordnete Rolle beim Zustandekommen von Schülerleistungen im Fach Geometrie spielt.“<sup>4</sup>



## Lernstationen zur Schulung der Raumvorstellung

Im Folgenden werden Lernstationen vorgestellt, die zur Schulung der Raumvorstellung entwickelt wurden. Dabei werden auch verschiedene übergeordnete Zielsetzungen berücksichtigt:

- Ausprobieren, Strategien finden, sich Stück für Stück vorarbeiten (Problemlösestrategien);
- Mit Mitschülerinnen und Mitschülern zusammenarbeiten (eigenverantwortliches/kooperatives Arbeiten);
- Eigene Lösungswege vorstellen und erläutern (Verbalisieren);
- Durch Erfolgserlebnisse angespornt werden, spielerisch und mit Freude lernen.

3\_Blum W. und Neubrand M.: **TIMSS und der Mathematikunterricht**. Schrödel 1998, S. 24, Braunschweig  
4\_Treumann K., zitiert in Maier H. P.: **Räumliches Vorstellungsvermögen**. In „Der Mathematikunterricht“, Jahrgang 45 Heft 3/1999; S. 8, Friedrich Verlag, Seelze



**Station 2: Körper aus Würfeln**

- Im Schrägbild dargestellte Körper aus Würfeln bauen
- Schrägbilder von aus Würfeln zusammengesetzten Körpern zeichnen
- „Baupläne“ von Körpern, die aus Würfeln bestehen, erstellen und auswerten (Abb. 2.1, Abb. 2.2)
- Ermitteln der zum Bauen erforderlichen Würfel anhand des Schrägbildes (Abb. 2.3)
- Vervollständigen von unfertigen Schrägbildern (Abb. 2.4)

Info: Zeichnen von Bauplänen von Würfelnkörpern<sup>7</sup>

Das ist die Ansicht eines Körpers von oben. Er sieht aus wie eine Treppe und besteht aus 18 Einzelwürfeln. Die Grundfläche ist ein Quadrat aus 3 x 3 Würfeln. Die Zahlen geben an, wie viele Würfel an der entsprechenden Stelle übereinander liegen.

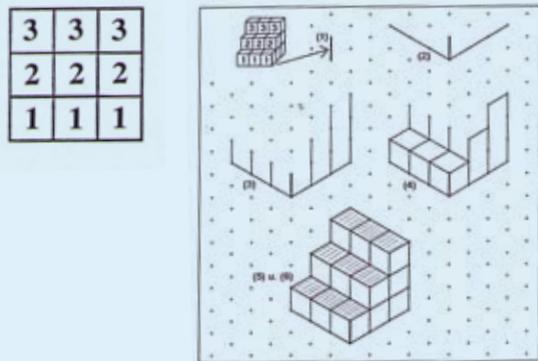


Abb. 2.1

Zum Erstellen des Bauplans wird zuerst die Grundfläche gezeichnet. Anschließend wird eingetragen, wie viele Würfel an der jeweiligen Stelle übereinander liegen.

Baue folgende Körper entsprechend der Baupläne auf und zeichne sie anschließend auf Punktepapier.

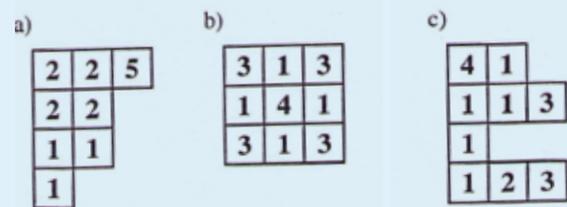


Abb. 2.2

<sup>7</sup>Petschler, I.: Bau was. MUED Schriftenreihe; Appelhülsen 2003

Zähle jeweils die beim Bauen verwendeten Würfel und zeichne den zugehörigen Bauplan.

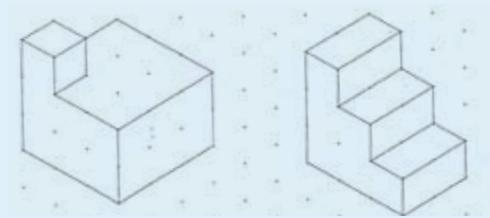


Abb. 2.3<sup>8</sup>

Vervollständige jeweils die Zeichnung, zähle die verwendeten Würfel und zeichne den Bauplan.

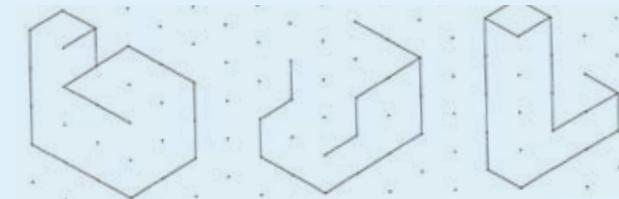


Abb. 2.4<sup>8</sup>

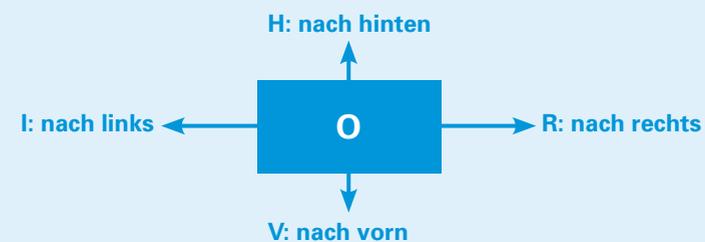
**Station 5: Kippbewegungen**

- Kippen von Streichholzschachteln nach vorgegebenen Anweisungen;
- Durchführen entsprechender Kippbewegungen in Gedanken;
- Ermittlung der oben liegenden Augenzahl nach vorgegebener Startposition und vorgegebenen Kippbewegungen eines Würfels;
- Vergleich von gedrehten und gekippten Körpern, die aus Würfeln zusammengesetzt sind (Abb. 5.1).



Kippe eine Streichholzschachtel in Gedanken nach den in der unten stehenden Tabelle vorgegebenen Anweisungen und trage jeweils die gesuchte Position ein. Überprüfe deine Ergebnisse durch tatsächliches Kippen einer Streichholzschachtel.

Dabei bedeutet „O“: Schachteloberseite liegt oben  
 „U“: Schachteloberseite liegt unten



<sup>8</sup>Aus: Das Zahlenbuch 5, Begleitband; Klett und Balmer, Zug 1999

| Ausgangsposition | Kippbewegungen    | Endposition |
|------------------|-------------------|-------------|
| O                | V - R - H         |             |
| O                | H - L - V         |             |
| U                | V - L - V - R - R |             |
|                  | L - V - L         | U           |

Finde weitere Aufgaben (natürlich mit Musterlösung) für deinen Partner.

Die sechzehn Würfelbauten zeigen nur drei unterschiedliche Objekte. Welche Bilder zeigen das gleiche Objekt? Zur Überprüfung kannst du die Objekte nachbauen.

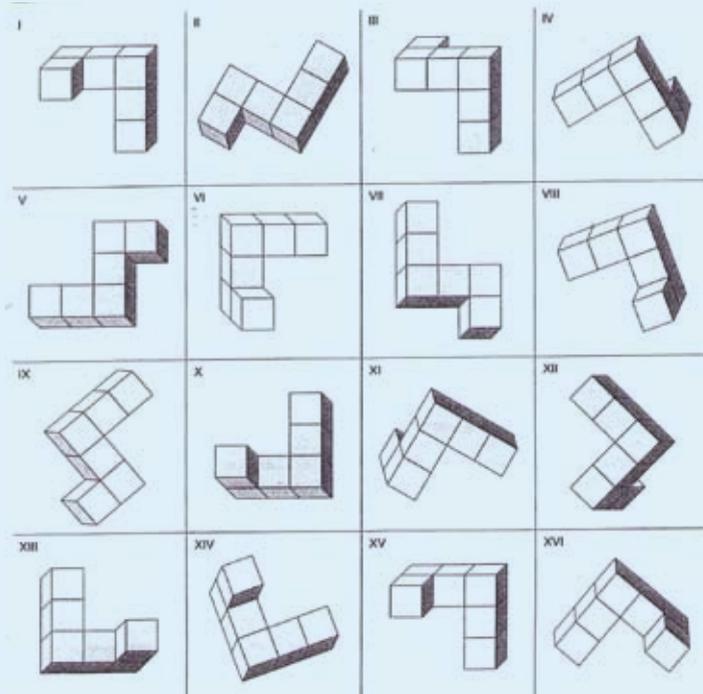


Abb. 5.1

**Station 8: Unmögliche räumliche Figuren**

- Untersuchen „unmöglicher“ räumlicher Darstellungen (Abb. 8.1);
- Betrachten von „Kippbildern“ (Abb. 8.2);
- Zeichnen einer „unmöglichen“ räumlichen Figur (Abb. 8.3, 8.4 und 8.5).

Wahr oder unmöglich? – Unsere Augen lassen sich täuschen  
 Unten siehst du das Bild „Wasserfall“ von M.C. Escher (1961).  
 Wo liegt die Täuschung? Welches der oben abgebildeten Dreiecke erkennst du?



Abb. 8.1

Was sehen wir wirklich? – Nicht jeder sieht das Gleiche!  
 Alte oder junge Frau?                      6 oder 7 Würfel?

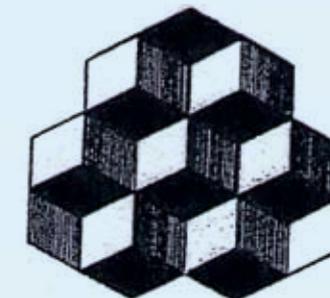


Abb. 8.2

Versuche, deine Sichtweise jeweils deinem Partner zu erklären.

... und nun bist du dran!<sup>9</sup>

Folge den Aufträgen – aber nicht schummeln!

**Auftrag 1:** Präge dir diese seltsame Figur 10 Sekunden lang ein. Drehe dann das Blatt um und versuche, die Figur nachzuzeichnen.

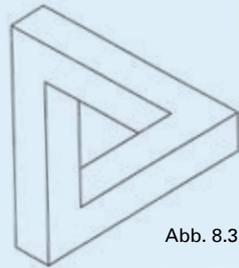


Abb. 8.3

Wenn dir Auftrag 1 zu schwer ist, bearbeite zunächst die Aufträge 2 und 3.

**Auftrag 2:** Zeichne die Figur entsprechend der Vorlage auf Karopapier nach.

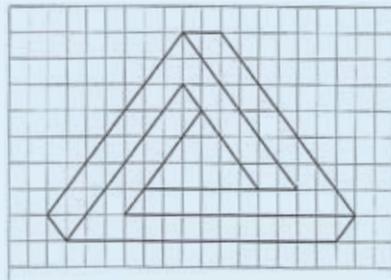


Abb. 8.4

**Auftrag 3:** Schneide die drei Teile auf dem Arbeitsbogen aus und versuche, die Teile so zu legen, dass sie die seltsame Figur ergeben.



Abb. 8.5

<sup>9</sup> Nach: Junga, M.: **Sonderbare Figuren**. AOL-Verlag; Lichtenau-Scherzheim