Mathematik **Fachoberschule/Berufsoberschule** **Jgst. 12**

Aufstellen von Funktionstermen mit Hilfe eines Multi-Interviews

Die Schülerinnen und Schüler wiederholen und vertiefen in einer sehr lebendigen Form die Übersetzung vorgegebener Eigenschaften von Graphen in Funktionsterme. Mit der Methode „Multi-Interview“ werden mit gegenseitiger Unterstützung in relativ kurzer Zeit viele abwechslungsreiche Aufgaben mit unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad bearbeitet.

In Anschluss an die Kurvendiskussion von ganzrationalen Funktionen sieht der Lehrplan das Aufstellen von Funktionstermen bei vorgegebenen Eigenschaften vor.

Neben dem Lösen des aufgestellten linearen Gleichungssystems besteht für die Schüler/innen die Herausforderung darin, die beschriebenen Eigenschaften in Gleichungen zu übersetzen. Letzteres ist die Voraussetzung, um diese Aufgaben zu lösen, bereitet aber den Schüler/innen des Öfteren Schwierigkeiten. Deshalb soll während der hier vorgestellten Stunde das Übersetzen der vorgegebenen Eigenschaften in Funktionsgleichungen gezielt geübt werden. Auf das Lösen des jeweils entstehenden linearen Gleichungssystems wird in dieser Übungsphase verzichtet.
Durch den Einsatz der Methode „Multi-Interview“ können viele unterschiedliche Aufgaben in relativ kurzer Zeit gelöst werden. Hierzu wurden 20 verschiedene Aufgaben (vgl. Anhang) erstellt, auf farbiges Papier gedruckt, laminiert und anschließend im Karteikartenformat ausgeschnitten, so dass sich auf jedem Kärtchen nur eine Aufgabe befindet.

> Aufstellen von Funktionstermen >1<
>
> Der Graph der gesuchten Funktion f verläuft durch den Hochpunkt H(2; – 4) und den Tiefpunkt T(– 1; – 3).

Die Aufgaben wurden nach steigendem Schwierigkeitsgrad nummeriert, damit eine Differenzierung möglich ist. Diese geschieht beim Austeilen der Aufgaben durch die Lehrkraft und läuft relativ unbemerkt ab.

Da die 20 Aufgaben für eine Klasse nicht ausreichen, wird ein zweiter Aufgabensatz mit den gleichen Aufgaben, aber auf andersfarbigem Papier, hergestellt. Dadurch lässt sich die Klasse in zwei Gruppen teilen. Zusätzlich wird in doppelter Ausfertigung jeweils eine Seite mit den Musterlösungen laminiert.

Die Lerneinheit ist in verschiedene Arbeitsphasen untergliedert:

1. Aneignungsphase

Jede Schülerin und jeder Schüler erhält nach der beschriebenen Differenzierung ein Kärtchen mit einer Aufgabe. Die Lösung dieser Aufgabe erfolgt in Einzelarbeit unter Berücksichtigung folgender

Arbeitsaufträge:

- Setzen Sie die beschriebenen Eigenschaften in eine maximale Anzahl von unterschiedlichen Gleichungen um.
- Verwenden Sie bei Problemen die Formelsammlung oder Ihre Unterlagen und falls selbst das nicht hilft, fragen Sie Ihren Lehrer.
- Vergleichen Sie Ihre Lösung mit der auf dem Pult liegenden Musterlösung.

2. Vermittlungsphase

In der Vermittlungsphase sucht sich jede(r) Schüler/in ein Gegenüber (mit einem gleichfarbigen Kärtchen), stellt seine eigene Aufgabe vor und coacht den anderen beim Bearbeiten, danach wechseln die Rollen. Wurden beide Aufgaben gelöst, so werden jeweils neue Partner gesucht. Auf diese Weise ergeben sich viele Aufgabenrunden. Jeder Schüler ist für seine Aufgabe kompetent und kann seinen Mitschülern helfen. Ist die für das Multi-Interview vorgesehene Zeit verstrichen (es ist nicht erforderlich, dass jeder jede Aufgabe gelöst hat), so ist es sinnvoll, eine Plenumsphase anzuschließen.

3. Verarbeitungsphase

Rückmeldungen, Fragen und Probleme werden im Plenum thematisiert. Eventuell vorhandene Verständnisprobleme können so abschließend beseitigt werden und der Lehrer erhält einen Einblick über den Stand des Lernprozesses.

Ergebnisse

Die Schülerselbständigkeit während dieser Stunden war sehr hoch. Die Schüler/innen arbeiteten konzentriert und mit großem Eifer. Durch die von mir vorgenommene Differenzierung konnten fast alle Schüler/innen ihre zugeteilte Aufgabe lösen. Nur wenige benötigten Unterstützung in der Erarbeitungsphase. Somit dauerte die Erarbeitungsphase nur ca. 5 Minuten und den Lernenden blieb viel Zeit zum Üben.

Während der Vermittlungsphasen tauschten die Schüler/innen ihre Aufgaben zunächst aus, ohne sich zu coachen, und halfen sich erst bei Problemen. Diese Tatsache finde ich auch nicht weiter störend, da so die Einzelarbeit, insbesondere die Vorbereitung auf einen Leistungsnachweis, gefördert wird. Außerdem überschritt der Geräuschpegel im Klassenzimmer dadurch nicht ein erträgliches Maß.

Fazit

Meiner Meinung nach ist die Methode des Multi-Interviews sehr gut geeignet, das Aufstellen von Funktionstermen zu üben. Für die nächste Stunde dieser Art habe ich die Aufgaben nochmals überarbeitet, indem ich die Aufgabenvielfalt erweitert und den Schwierigkeitsgrad erhöht habe. Der Schwierigkeitsgrad steigt weiterhin mit den wachsenden Aufgabennummern an, da sich diese Art der Differenzierung sehr gut bewährt hat.

Verfasser: Franz Roßmann, Staatliche Fachoberschule und Berufsoberschule Augsburg

Anlage: Aufgabenkarten und Lösungen

Aufgabenkarten (1 bis 10)

<u>Aufstellen von Funktionstermen >1<</u> Der Graph der gesuchten Funktion f verläuft durch den Hochpunkt H(2; – 4) und den Tiefpunkt T(– 1; – 3).	<u>Aufstellen von Funktionstermen >2<</u> Der Punkt R(2; 7) liegt auf dem Graphen der gesuchten Funktion f. Die Tangentensteigung im Punkt R beträgt m = – 4.
<u>Aufstellen von Funktionstermen >3<</u> Die gesuchte Funktion f besitzt an der Wendestelle x = 4 eine dreifache Nullstelle.	<u>Aufstellen von Funktionstermen >4<</u> Die Tangente an dem Graphen der gesuchten Funktion f verläuft im Punkt A(0; f(0)) parallel zur Geraden mit der Gleichung 3x+ 2y = 0.
<u>Aufstellen von Funktionstermen >5<</u> Der Graph der gesuchten Funktion f verläuft durch den Ursprung und besitzt den Terrassenpunkt T(7; 3).	<u>Aufstellen von Funktionstermen >6<</u> Die gesuchte Funktion f hat im Punkt P(2; 7) eine Tangente, die parallel zur x-Achse verläuft und G_f schneidet die Ordinate bei 1.
<u>Aufstellen von Funktionstermen >7<</u> Der Graph der gesuchten Funktion f besitzt die doppelte Nullstelle x = 3 . Der Punkt W(0; 5) ist Wendepunkt von G_f .	<u>Aufstellen von Funktionstermen >8<</u> Die Gerade t mit $t(x) = 2x - 3$ ist an der Stelle x = 1 eine Tangente an dem Graphen der gesuchten Funktion f.
<u>Aufstellen von Funktionstermen >9<</u> Der Graph der gesuchten Funktion f schneidet den Graphen der Funktion g mit $g(x) = 2x^2 - 3x$ an der Stelle x = 1 und die Tangentensteigung von G_f beträgt in diesem Schnittpunkt m = 4.	<u>Aufstellen von Funktionstermen >10<</u> Der Graph der gesuchten Funktion f besitzt den Tiefpunkt T(3; – 2). Die Tangente an der Stelle x = 1 verläuft durch die Punkte P(– 4; 6) und Q(7; – 5). Die Punkte P und Q liegen nicht auf G_f .

Aufgabenkarten (11 bis 20)

<u>Aufstellen von Funktionstermen >11<</u>

Der Graph der gesuchten Funktion f besitzt im Punkt P(3; 4) eine waagerechte Tangente und die doppelte Nullstelle x = 2.

<u>Aufstellen von Funktionstermen >12<</u>

Der Graph der gesuchten Funktion f hat im Wendepunkt W(3, ?) die Tangente t mit $t(x) = \frac{1}{2}x - 2$.

<u>Aufstellen von Funktionstermen >13<</u>

Der Graph der gesuchten Funktion f besitzt auf der Ordinatenachse ein relatives Maximum und die Tangente im Punkt P(2; 3) ist parallel zur Winkelhalbierenden des II. und IV. Quadranten.

<u>Aufstellen von Funktionstermen >14<</u>

Der Graph der gesuchten Funktion f besitzt auf der Ordinatenachse einen Wendepunkt. Die Gleichung der zugehörigen Wendetangente lautet: $t(x) = 4x - 2$.

<u>Aufstellen von Funktionstermen >15<</u>

Der Graph der gesuchten Funktion f besitzt den Wendepunkt W(2; 4) und in seiner Nullstelle die Tangente t mit $t(x) = \frac{1}{4}x - 1$.

<u>Aufstellen von Funktionstermen >16<</u>

Der Graph der gesuchten Funktion f berührt die Abszisse an der Stelle x = 4 und die Gerade g mit g(x) = 2x +3 schneidet G_f auf der Ordinatenachse.

<u>Aufstellen von Funktionstermen >17<</u>

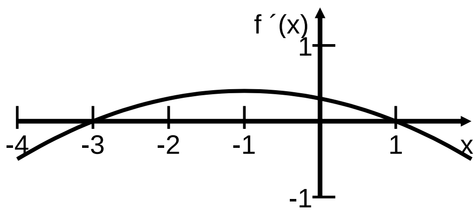
Die Gerade t mit t(x) = 5 berührt den Graphen der gesuchten Funktion f an der Stelle x = 3.

<u>Aufstellen von Funktionstermen >18<</u>

Der Graph der Funktion g mit $g(x) = \frac{1}{2}x^3 + 4x - 2$ berührt den Graphen der gesuchten Funktion f an der Stelle x = 1.

<u>Aufstellen von Funktionstermen >19<</u>

Gezeichnet ist die erste Ableitung der gesuchten Funktion f.



<u>Aufstellen von Funktionstermen >20<</u>

Der Graph der Funktion g mit $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 2$ berührt den Graphen der gesuchten Funktion f an dessen Wendestelle x = 2.

Lösungen (1 bis 10)

Aufstellen von Funktionstermen >1<

- $f(2) = -4$
- $f'(2) = 0$
- $f(-1) = -3$
- $f'(-1) = 0$

Aufstellen von Funktionstermen >2<

- $f(2) = 7$
- $f'(2) = -4$

Aufstellen von Funktionstermen >3<

- $f(4) = 0$
- $f'(4) = 0$
- $f''(4) = 0$

Aufstellen von Funktionstermen >4<

$y = -1{,}5x$

- $f'(0) = -1{,}5$

Aufstellen von Funktionstermen >5<

- $f(0) = 0$
- $f(7) = 3$
- $f'(7) = 0$
- $f''(7) = 0$

Aufstellen von Funktionstermen >6<

- $f(2) = 7$
- $f'(2) = 0$
- $f(0) = 1$

Aufstellen von Funktionstermen >7<

- $f(3) = 0$
- $f'(3) = 0$
- $f(0) = 5$
- $f''(0) = 0$

Aufstellen von Funktionstermen >8<

- $f(1) = -1$
- $f'(1) = 2$

Aufstellen von Funktionstermen >9<

- $f(1) = -1$
- $f'(1) = 4$

Aufstellen von Funktionstermen >10<

- $f(3) = -2$
- $f'(3) = 0$
- $f'(1) = -1$ $\quad \left(m = \dfrac{6+5}{-4-7} = -1 \right)$

Lösungen (11 bis 20)

Aufstellen von Funktionstermen >11<

- $f(3)=4$
- $f'(3)=0$
- $f(2)=0$
- $f'(2)=0$

Aufstellen von Funktionstermen >12<

- $f(3)=-0{,}5$
- $f'(3)=0{,}5$
- $f''(3)=0$

Aufstellen von Funktionstermen >13<

- $f(2)=3$
- $f'(2)=-1$
- $f'(0)=0$

Aufstellen von Funktionstermen >14<

- $f(0)=-2$
- $f'(0)=4$
- $f''(0)=0$

Aufstellen von Funktionstermen >15<

- $f(4)=0$
- $f'(4)=\frac{1}{4}$
- $f(2)=4$
- $f''(2)=0$

Aufstellen von Funktionstermen >16<

- $f(4)=0$
- $f'(4)=0$
- $f(0)=3$

Aufstellen von Funktionstermen >17<

- $f(3)=5$
- $f'(3)=0$

Aufstellen von Funktionstermen >18<

$g'(x)=\frac{3}{2}x^2+4 \quad g'(1)=5{,}5$

$\Rightarrow f'(1)=5{,}5$

Berührpunkt B(1; 2,5) $\Rightarrow$ $f(1)=2{,}5$

Aufstellen von Funktionstermen >19<

- $f'(-3)=0$ TIP(-3; ?)
- $f'(1)=0$ HOP(1; ?)
- Extremstellen von f' sind Wendestellen von $f \Rightarrow f''(-1)=0$

Aufstellen von Funktionstermen >20<

$g'(x)=x+3 \quad g'(2)=5 \quad \Rightarrow$

- $f'(2)=5$

Berührpunkt B(2; 6) $\Rightarrow$

- $f(2)=6$
- $f''(2)=0$